

## АНАЛИЗ ФУНКЦИИ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДАТЧИКОВ ДАВЛЕНИЯ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Пьезоэлектрические датчики давления широко используются в различных областях науки и техники для контроля акустических, быстропеременных и импульсных давлений. Они обладают хорошими эксплуатационными характеристиками, широкими динамическими и частотными диапазонами, малыми размерами, высокой надежностью, не требуют источников питания.

Однако методы расчета их характеристик развиты недостаточно. Это затрудняет проектирование пьезоэлектрических датчиков с заданными параметрами.

Целью настоящей работы является совершенствование методов расчета характеристик пьезоэлектрических датчиков быстропеременного давления, в том числе собственной частоты, функции преобразования к измеряемому параметру, а также вибрационной и деформационной чувствительности от геометрии и свойств материалов его конструктивных элементов. Цель достигается за счет анализа датчика с помощью численных методов теории упругости как единого пространственного электро-упругого тела (а не совокупность отдельных конструктивных элементов).

### АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК

Рассмотрим наиболее распространенный тип датчика давления с чувствительным элементом, работающим на деформации растяжение-сжатие на продольном пьезоэффекте. Базовая конструкция датчика показана на рис.1 [1,2].

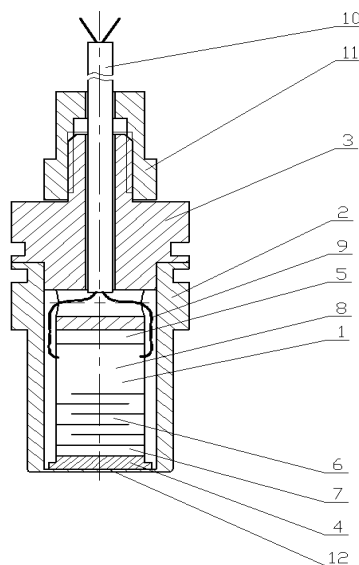


Рис.1. Конструкция датчика давления.

Датчик выполнен на основе модульного многослойного пьезоэлемента (ПЭ) 1, который размещен в корпусе 2 между основанием 3 и пятой 4 и поджат к мембране 12. ПЭ содержит несколько активных слоев 6, электроизолятор 7 и основание 8, в которое вмонтированы проволочные токосъемники 9, соединенные с кабелем 10.

Измеряемое переменное давление с помощью мембраны преобразуется в усилие, действующее на ПЭ, который генерирует заряд, поступающий через кабель и согласующий усилитель в систему обработки информации.

Информативность пьезоэлектрических датчиков характеризуется динамическим и частотным диапазонами, основной (лабораторной) погрешностью и дополнительными погрешностями, обусловленными действием влияющих факторов. Верхняя и нижняя границы динамического диапазона пьезоэлектрических датчиков ограничены соответственно прочностью или нелинейностью свойств конструктивных элементов (пьезоматериала, мембраны и др.) и шумами усилителя [2-6].

Частотный диапазон определяется снизу постоянной времени электрических цепей, а сверху, с погрешностью 5% - одной пятой от резонансной частоты механической системы [6,7]. Отметим, что из-за релаксации заряда на низких частотах пьезоэлектрические датчики генераторного типа не пригодны для измерения статических механических параметров.

Рассматривая датчик как совокупность элементарных преобразователей (мембрана, ПЭ и электрическая цепь), функцию преобразования измеряемого давления  $P$  в напряжение на входе усилителя  $\varphi_0$  для частот низких по сравнению с частотой резонанса датчика представляют в виде [4]:

$$\varphi_0 = \frac{n d_{33} R \omega}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} L_{эфф} P \quad (1)$$

где  $d_{33}$  – продольный пьезомодуль керамического материала,  $n$  – число активных слоев ПЭ,  $L_{эфф}$  – эффективная площадь мембраны датчика,  $\omega$  - круговая частота механического процесса,  $R$  и  $C$  - сопротивление и емкость электрических цепей [5]:

$$L_{эфф} = \pi \left( \frac{r + r_0}{2} \right)^2 \quad (2)$$

где  $r$  - радиус мембраны,  $r_0$  – радиус пяты, подпирающей мембрану.

Отметим, что в формулах (1), (2) элементы конструкции датчика рассматриваются в рамках одномерных моделей напряженного состояния, которые позволяют в простейших случаях получать удовлетворительное согласие с экспериментом.

Если электрические цепи датчика подобраны таким образом, чтобы во всем диапазоне рабочих частот выполнялось соотношение  $R^2 C^2 \omega^2 \gg 1$  формула (1) упрощается и становится частотно независимой:

$$\varphi_0 = \frac{n d_{33}}{C} L_{эфф} P \quad (3)$$

Важнейшей характеристикой датчиков давления наряду с чувствительностью к измеряемому параметру является его устойчивость к помехам – к механическим вибрациям и деформациям объекта, на котором он закреплен. При упрощенных оценках вибрационную чувствительность датчика давления  $K_a$  можно представить в виде [5]:

$$K_a = \frac{\varphi_{\text{вых}}}{a} = \frac{d_{33} \cdot n \cdot m_{\text{ин}}}{C} \quad (4)$$

$m_{\text{ин}}$  – инерционная масса датчика,  $a$  – амплитуда виброускорения,  $n$  – количество активных слоев в ПЭ.

Считается, что инерционная масса определяется массой всех элементов конструкции, расположенных выше центра тяжести ПЭ.

$$m_{\text{ин}} = \frac{n}{2} m_{\text{п.э}} + m_{\text{пр}} + m_{\text{м}} \quad (5)$$

где  $m_{\text{п.э}}, m_{\text{пр}}, m_{\text{м}}$  – соответственно масса ПЭ, пяты и мембраны.

Вибрационный  $W_{ap}$  и деформационный  $W_{sp}$  эквиваленты датчика давления определяется по формулам:

$$W_{ap} = K_a / K_p, \quad W_{sp} = K_s / K_p \quad (6)$$

где  $K_p, K_a, K_s$  – соответственно коэффициенты преобразования датчика к измеряемому давлению, вибрации и деформации объекта вдоль оси датчика.

Резонансные частоты и деформационную чувствительность пьезоэлектрических датчиков в общем случае можно определить только с помощью численного моделирования.

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК

Используя метод конечных элементов и программный пакет ANSYS, рассмотрим геометрическую модель датчика, показанную на рис. 2.



Рис.2 Геометрическая модель датчика давления

Благодаря осевой симметрии датчика, задача может решаться как двумерная. На рис. 2 показана половина осевого разреза датчика. Области геометрической модели разбиваются на конечные элементы. Конечноэлементная модель содержит около 11000 конечных элементов.

В зависимости от назначения датчика в конструкции могут использоваться различные материалы: пьезокерамика ЦТС-83Г или НТВ-1 (ПЭ); сталь нержавеющей 12Х18Н10Т или ЭИ826 (корпус); электроизоляторы из неполяризованной керамики ЦТС-83Г или НТВ-1. Характеристики конструкционных и пьезоэлектрических материалов заимствованы из работ [2,8]

В математической модели датчик рассматривается как единое кусочно-однородное тело, состоящее из сред с различными свойствами [2].

Каждая среда описывается уравнением движения:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial r_i} = \rho \dot{u}_i + \zeta \rho \ddot{u}_i \quad (7)$$

В случае изотропной среды при изотермических условиях используются также обобщенный закон Гука и соотношения Коши:

$$\sigma_{ik} = \frac{E}{1+\nu} \left[ (S_{ik} + \xi \dot{S}_{ik}) + \frac{\nu}{1-2\nu} (S_{ii} + \xi \dot{S}_{ii}) \delta_{ik} \right] \quad (8)$$

$$S_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial r_k} + \frac{\partial u_k}{\partial r_i} \right) \quad (9)$$

Пьезоэлектрическая анизотропная среда наряду с уравнением движения описывается уравнениями прямого и обратного пьезоэффекта и вынужденной электростатики:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} + \xi c_{ijkl}^E \dot{S}_{kl} - e_{lij} \mathcal{E}_l; \quad (10)$$

$$D_i = e_{ijk} S_{jk} + \varepsilon_{ij}^S \mathcal{E}_j;$$

$$\mathcal{E} = -grad\varphi; \quad divD = 0 \quad (11)$$

В выражениях (7) – (11) и далее используются следующие обозначения:  $\rho$  – плотность среды,  $\sigma$  – тензор механических напряжений,  $u$  – вектор перемещений,  $r$  – радиус вектор в пространстве,  $S$  – тензор деформаций,  $P$  – давление,  $D$  – вектор индукции электрического поля,  $\mathcal{E}$  – вектор напряженности электрического поля,  $\varphi$  – электростатический потенциал,  $c^E$  – модули упругости материала,  $e$  – пьезоэлектрические модули,  $\varepsilon^S$  – диэлектрические константы,  $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\zeta$  и  $\xi$  – коэффициенты, введенные для описания затухания в твердых средах по Рэлею (фактически, вязкоупругие потери).

Граничные условия учитывают то, что датчик закреплен на объекте с помощью ввертного штуцера:

- на наружные поверхности действует гармоническое давление  $\Delta P$ ;
- на закрепленных торцах основания и корпуса механические смещения равны нулю;

- прочие поверхности датчика свободны от напряжений;
- ток между электродами ПЭ равен нулю (условия холостого хода) либо разность потенциалов между электродами равна нулю (условие короткого замыкания)

- на боковых (без электродов) поверхностях ПЭ электрические заряды отсутствуют.

Между деталями датчика выполняются условия непрерывности всех полевых механических и электрических параметров.

## РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ЭКСПЕРИМЕНТ

Расчеты проводились для базового исполнения датчиков 018 и 019, выпускаемых мелкими сериями, что позволило провести сравнение расчетных значений с опытными данными.

Результаты расчета коэффициента преобразования давления в заряд  $K_p$ , собственной частоты  $f_0$ , и виброэквивалента  $W_{ap}$  датчиков 018 и 019, сведены в таблицу. Там же приведены и экспериментальные значения параметров, полученные на партиях датчиков от 10 до 30 шт.

Таблица

Методы оценки	Тип датчика	Толщина мембраны, мм	Параметры			
			$f_0$ , кГц	$K_p$ , пКл/кПа	$K_a$ , пКл/м/с <sup>2</sup>	$W_{ap}$ , Па/м/с <sup>2</sup>
Расчет	018	0,1	62,07	65,5	1,78	25,4
Эксперимент			-	73	-	-
Отклонение, %			-	10	-	-
Расчет		0,25	68,32	59,6	1,55	26,1
Эксперимент			67,5	55	1,39	23,7
Отклонение, %			1,8	6,8	10	9,1
Расчет	019	0,25	73,03	3,83	0,138	36,2
Эксперимент			70,2	4,0	-	-
Отклонение, %			3,8	4,2	-	-

Датчики 018 и 019 идентичны по конструкции, но отличаются применяемыми материалами, чувствительностью и термостойкостью. Конструктивные особенности, технические характеристики и области применения этих датчиков подробно описаны в работе [2].

Из таблицы следует, что расчетные и экспериментальные значения хорошо согласуются между собой. Отличие для резонансной частоты не превышает 4%, для коэффициента преобразования и виброэквивалента - 10%. По-видимому, разброс расчетных и экспериментальных данных связан с вариацией параметров пьезокерамических материалов в различных технологических партиях.

Отметим отличие расчетных и экспериментальных данных  $K_p$  для датчиков 018 с мембраной толщиной 0,1 и 0,25 мм при прочих равных

условиях. Естественно предположить, что в данном случае изменилась эффективная площадь мембраны. Однако, согласно формуле (2) толщина мембраны не влияет на ее эффективную площадь. Для выяснения этого вопроса расчетным путем в рамках конечно-элементной модели исследовано относительное изменение эффективной площади мембраны от ее толщины и радиуса пяты.

Семейство кривых, полученное в рамках более точной численной модели и показанное на рис. 3. свидетельствует о том, что зависимость  $L_{эфф}$  от радиуса пяты для мембран с реальной толщиной имеет ярко выраженный максимум при  $r_0/r \approx 0,7$  и чем больше толщина мембраны, тем меньше пик. Этим и объясняется отличие расчетных и экспериментальных данных для  $K_p$  датчиков с различной толщиной мембраны. Только для бесконечно тонкой мембраны с  $r/h_m > 100$ , зависимость  $L_{эфф}$  от радиуса пяты становится монотонной и близкой к формуле (2).

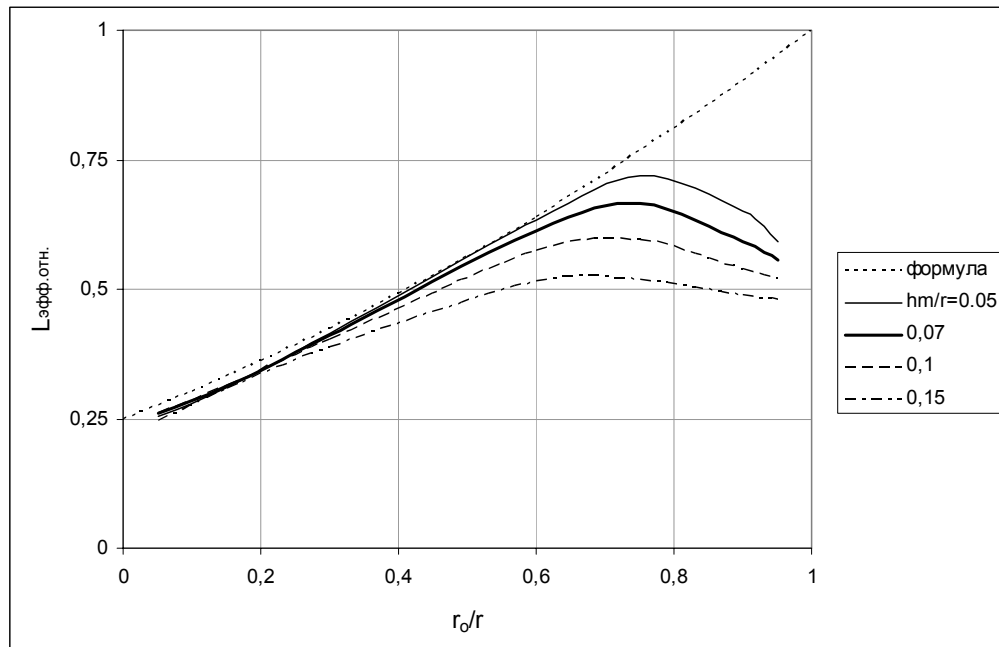


Рис. 3. Изменение эффективной площади мембраны от радиуса пяты и толщины мембраны

Как показал модальный анализ, основная (первая) мода собственных колебаний датчика связана с продольными (поршневыми) колебаниями системы мембрана-пята-пьезоэлементы при относительной неподвижности корпуса и основания датчика. На рис. 4 приведен ряд кривых относительных изменений частоты  $f_0$  от радиуса пяты, рассчитанных для различных значений толщины мембраны  $h_m/r$  (за исходную принята частота базового исполнения датчика 018 ( $h_m/r = 0,07$ ,  $r_0/r = 0,764$ )).

Из рис. 4 видно, что для малых размеров пяты ( $r_0/r < 0,7$ ) при уменьшении толщины мембраны относительно базовой собственная частота датчика убывает, а при увеличении толщины мембраны – возрастает. Однако по

мере увеличения радиуса пяты при  $r_0/r > 0,7$  собственная частота возрастает при любых реальных значениях толщины мембраны. При этом вариация значений собственной частоты датчика при всех разумных размерах пяты и мембраны находится в пределах от минус 6 до 14% от базовой. Отсюда очевидным становится, что радикальной мерой для увеличения собственной частоты, а, следовательно, и диапазона рабочих частот датчика вверх, является уменьшение высоты ПЭ и пяты.

При расчете виброчувствительности методом конечных элементов вычисляется реакция модели датчика на вибрацию среды: на поверхностях датчика, контактирующих с упругой средой (трубой) при его закреплении, задаются граничные условия синфазных гармонических смещений в осевом направлении с амплитудой  $u_0$  и вычисляется амплитуда электрического заряда  $q$ , выделяющегося на ПЭ датчика в ответ на такое возбуждение. Виброчувствительность при условии короткого замыкания рассчитывается как отношение амплитуды заряда к амплитуде ускорения.

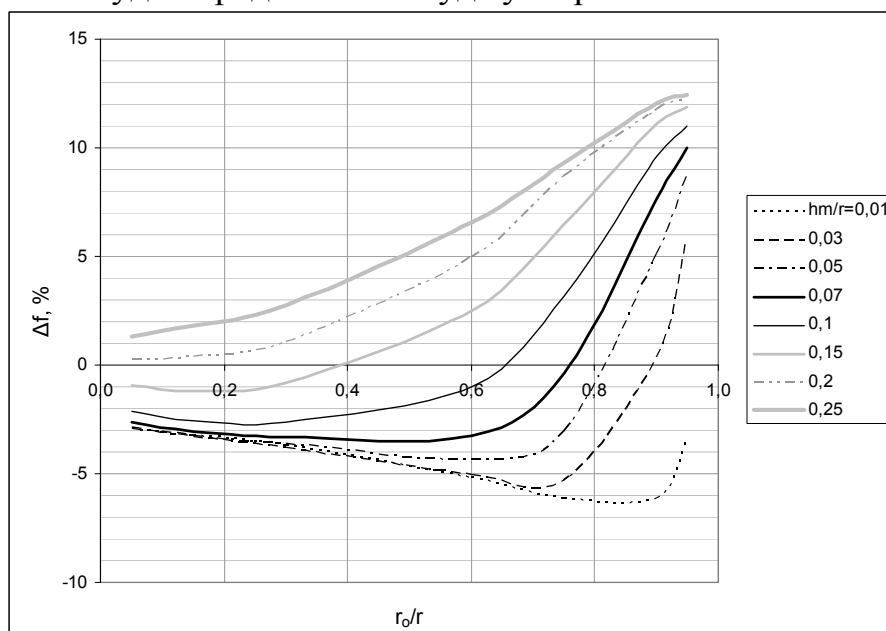


Рис. 4. Относительные отклонения резонансной частоты первой моды колебаний от резонансной частоты базового исполнения датчика 018 ( $h_m/r = 0,07$ ,  $r_0/r = 0,764$ ) в зависимости от радиуса пяты и толщины мембраны.

На рис. 5 приведены расчетные зависимости виброчувствительности и виброэквивалента от толщины мембраны (при относительном радиусе пяты 0,764).

С увеличением толщины мембраны виброчувствительность датчика снижается, однако виброэквивалент растет, поскольку чувствительность датчика к давлению снижается более круто.

Расчеты при различных относительных радиусах пяты показывают, что виброэквивалент растет при сужении пяты: при относительном радиусе  $r_0/r = 0,2$  он возрастает примерно вдвое по сравнению с базовым размером

(вследствие снижения чувствительности к давлению). Расширение пяты до  $r_0/r = 0,95$  снижает виброэквивалент примерно на 10%.

Сопоставление полученных зависимостей с оценками по формулам (4) и (5) показывает, что последние, не учитывая сложности взаимодействий между элементами конструкции датчика, дают неверную оценку виброчувствительности не только количественно, но и качественно по сравнению с численными расчетами. Например, в формулу (5) мембрана входит лишь как инерционная масса, что, казалось бы, должно приводить к росту виброчувствительности при увеличении толщины мембраны. При рассмотрении же мембраны в ее взаимосвязи с корпусом, пятой и другими конструктивными элементами датчика результат получается обратный, поскольку в оценочных формулах игнорировался тот факт, что рост толщины мембраны означает увеличение жесткости системы и, следовательно, уменьшение ее электрического отклика на вибрацию.

При расчете деформационной чувствительности к осевым деформациям  $S_{yy}$  на закрепляемых поверхностях датчика задаются противофазные смещения с одинаковой амплитудой  $u_0$ , что соответствует однородной деформации среды с амплитудой  $S_{yy} = 2u_0/\Delta y$ , где  $\Delta y$  – расстояние по оси датчика между закрепляемыми поверхностями. Отношение амплитуды выделяющегося при этом заряда к величине  $S_{yy}$  есть деформационная чувствительность датчика в осевом направлении  $K_{yy}$ .

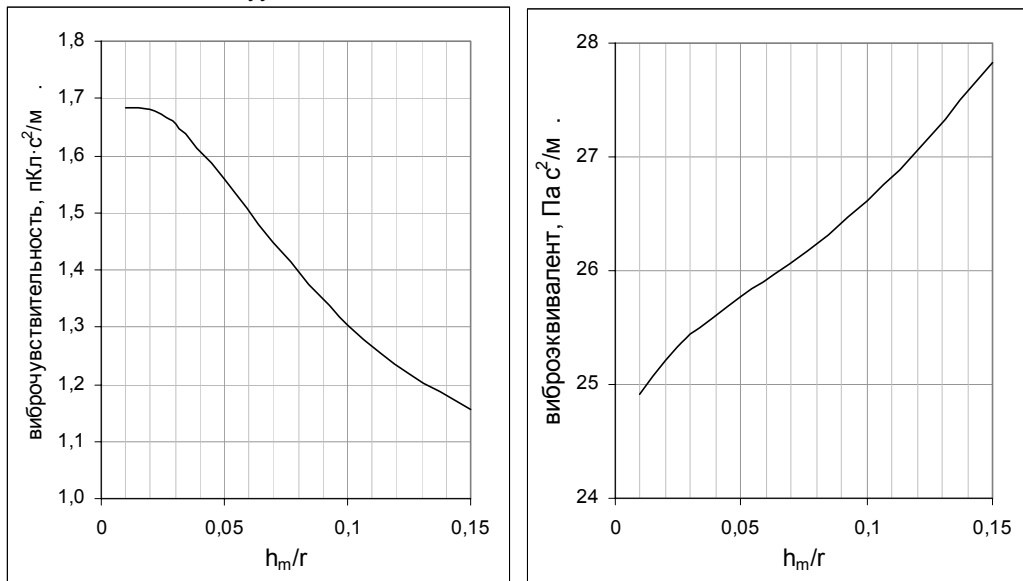


Рис. 5. Зависимость виброчувствительности и виброэквивалента датчика давления от относительной толщины мембраны.

На рис. 6 приведены расчетные зависимости деформационного эквивалента  $A_{yy}$  от относительной толщины мембраны для узкой ( $r_0/r = 0,2$ ), базовой ( $r_0/r = 0,764$ ) и широкой ( $r_0/r = 0,95$ ) пяты.



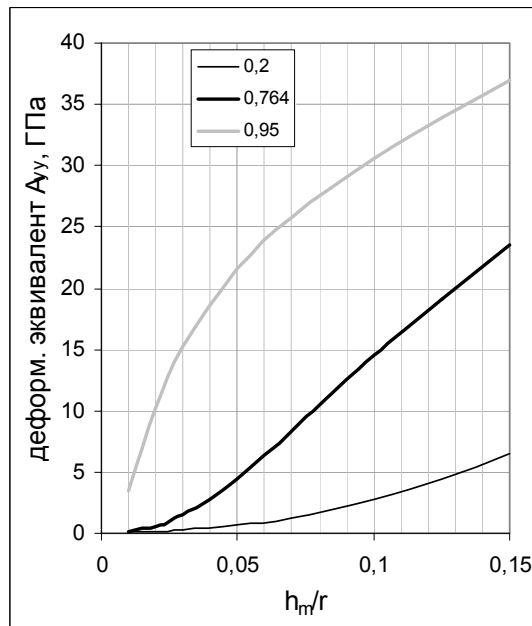


Рис. 6. Зависимость деформационного эквивалента от толщины мембраны

Деформационный эквивалент растет с увеличением толщины мембраны и диаметра пяты.

Результаты расчетов, показанные на рис. 3-6 получены на модели датчика типа 018, изготавливаемого на основе ПЭ из пьезокерамики ЦТС-83Г. Датчик типа 019 – конструктивный аналог 018, в котором используется высокотемпературная керамика НТВ-1, – имеет существенно меньшую чувствительность как к информационному, так и влияющим факторам из-за более низких пьезомодулей материала. Однако вибрационный и деформационный эквиваленты датчиков 018 и 019 близки по величине, характер их зависимостей от геометрии конструктивных элементов датчика идентичен, а количественные различия не превышают 10%.

Таким образом, кратко результаты настоящей работы могут быть сформулированы следующим образом.

1. С использованием метода конечных элементов разработана математическая модель пьезоэлектрического датчика давления, которая хорошо согласуется с опытными данными.

2. В рамках разработанной модели получены более точные зависимости коэффициента преобразования измеряемого давления и вибрационной чувствительности датчика давления от геометрии его конструктивных элементов, которые не только количественно, но качественно отличаются от традиционных оценок.

3. Выявлены основные закономерности, связывающие собственную частоту и деформационную чувствительность пьезоэлектрического датчика давления с геометрией мембраны и опорной пяты.

Результаты настоящей работы могут быть использованы при проектировании пьезоэлектрических датчиков давления с перспективными техническими характеристиками.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Abramenko T, Gorish A., Bogush M., Mitko V., Main characteristics analysis of the piezoelectric sensors under finite-element method. – Proceeding of the Tenth International Congress on Sound and Vibration, Stockholm, Sweden, 2003, v.3, p951-959.
2. Пьезоэлектрическое приборостроение: сборник в 3 томах. Т. 3. Богуш М.В. Пьезоэлектрические датчики для экстремальных условий эксплуатации. Ростов-на-Дону. Издательство СКНЦ ВШ, 2006, 346 с: ил.
3. Туричин А. М. электрические измерения неэлектрических величин.– М.-Л.: Энергия, 1966, с.52-61
4. Левшина К.С., Новицкий И.В. Электрические измерения физических величин, М.: Энергоатомиздат, 1973, с. 107-130.
5. Проектирование датчиков для измерения механических величин/ Под общ. ред. Е.П. Осадчего. – М.: Машиностроение. 1979. -480 с.
6. Датчики теплофизических и механических параметров: Справочник в трех томах./ Под общ. ред. Ю.Н. Коптева; Под ред. Е.Е. Богдатьяева, А.В. Гориша, Я.В. Малкова. М.: ИПРЖР, Т.1 (кн.2) 1998 – 512 с., Т.2 1999 – 688 с.
7. Пьезоэлектрические приборы для измерения давлений, усилий, ускорений. Проспект фирмы Kistler Instrument AG., 1999. – 12 с.
8. Физические величины: Справочник/ А.П.Бабичев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский и др.; Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. – М.; Энергоатомиздат, 1991. -1232 с.

Богуш Михаил Валерьевич – канд. техн. наук, зам. директора НКТБ «Пьезоприбор» Южного Федерального Университета, г. Ростов-на-Дону.

Тел. (863) 299-50-80, факс 290-58-22, E-mail: [piezo@inbox.ru](mailto:piezo@inbox.ru).

Пикалев Эдуард Михайлович – канд. физ-мат. наук, математик-программист ООО «Пьезоэлектрик» г. Ростов-на-Дону.

Тел. (863) 243-45-94, факс 290-58-22, E-mail: [piezo@inbox.ru](mailto:piezo@inbox.ru).